Grundvorstellungen zur Differentialrechnung (Material 2 – Ableitung als Tangentensteigung)

[1 Arbeitsauftrag für die Arbeitsphase (Kopier- bzw. Layoutvorlage) 1](#_Toc503547789)

[2 Wichtige Hinweise 2](#_Toc503547790)

[1.1 Mehrwert des Tablet- bzw. Smartphone-Einsatzes 2](#_Toc503547791)

[1.2 Didaktische Anmerkung 2](#_Toc503547792)

[1.3 Bezug zu den Bildungsstandards 2](#_Toc503547793)

[1.4 Vorwissen bzgl. digitalem Hilfsmittel 2](#_Toc503547794)

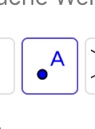
[1.5 Anmerkungen 2](#_Toc503547795)

[1.6 Weiterführendes Material 2](#_Toc503547796)

# Arbeitsauftrag für die Arbeitsphase (Kopier- bzw. Layoutvorlage)

|  |  |
| --- | --- |
| ../../../../../../Downloads/fax-1889065_640.jpg | **Arbeitsauftrag** |
| Thema: Steigung von gekrümmten Kurven |

**Bearbeitungshinweise:**  
Sie haben zur Bearbeitung insgesamt 30 Minuten Zeit. Falls es Fragen oder Probleme gibt, die Sie nicht beantworten bzw. lösen können, notieren Sie diese. Am Schluss haben Sie die Gelegenheit, diese Fragen der Klasse zu stellen.

1. Erzeugen Sie mit GeoGebra das Schaubild der Funktion f mit f(x) = 1/10·(x+2)·(x-2)3, D = R.
2. Fügen Sie mit einen beweglichen Punkt auf dem Schaubild ein.  
   *Tipp: Ob der Punkt wirklich auf dem Schaubild liegt, kann überprüft werden, in dem man ihn mit dem Pfeilwerkzeug bewegt. Er sollte dann nur auf dem Schaubild verschiebbar sein.*
3. Fügen Sie mit eine Tangente an das Schaubild in diesem Punkt ein. Tippen Sie dazu nach Auswahl des Werkzeugs auf den Punkt und das Schaubild.
4. Zoomen Sie so nahe an den Punkt heran, bis keine Krümmung der Kurve mehr   
   erkennbar ist.
5. Beschreiben Sie für diese kleine Umgebung des Punktes den Verlauf von Tangente und   
   Kurve.  
     
   \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
6. Zoomen Sie wieder zurück zur Standardansicht.
7. Messen Sie mit und Klick auf die Tangente die Steigung der Tangente.
8. Die Tangente in einem Punkt ist die optimale lineare Approximation der Kurve dort.   
   Man definiert daher die Steigung einer gekrümmten Kurve in einem Punkt als Steigung der   
   Tangente in diesem Punkt. Füllen Sie für eine beliebige Lage des Punktes nachfolgend die Lücken:  
     
   Punktkoordinaten: ( \_\_\_\_ | \_\_\_\_ )   
   Steigung der Tangente in diesem Punkt: mTangente = \_\_\_\_\_  
   Steigung der Kurve in diesem Punkt: mKurve = \_\_\_\_\_ bzw. f’( \_\_ ) = \_\_\_\_\_
9. An welchen Punkten hat die Tangente und damit die Kurve die Steigung Null? Wie verläuft die Tangente in diesen Punkten?  
     
   \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
10. *Zusatz: Geben Sie jeweils zwei Funktionsgleichungen von Funktionen an, bei denen die Tangenten an allen Punkten des Schaubilds a) steigen bzw. b) fallen.*

# 2 Wichtige Hinweise

## Mehrwert des Tablet- bzw. Smartphone-Einsatzes

Die Schülerinnen und Schüler haben die Möglichkeit, selbst den Umstand zu entdecken, dass bei hinreichend genauer Betrachtung die Tangente an eine Kurve in einem Punkt nicht mehr von der Kurve selbst zu unterscheiden ist. Die Aktion des „Zoomens“ als reale Umsetzung zur Betrachtung sehr kleiner Punktumgebungen ist jedem Schüler möglich (nicht mehr nur durch eine Lehrerpräsentation oder aufwändige zeichnerische Routinen, welche vom Kern der Sache ablenken würden).

Ebenso wertvoll erscheint die Möglichkeit, den Berührpunkt frei wählen zu können und bei Veränderung der Lage auch die Veränderung der Tangente und deren Steigung beobachten zu können.

## Didaktische Anmerkung

Diese Vorgehensweise unterstützt bei den Schülerinnen und Schülern das Entdecken der Möglichkeit der optimalen lokalen linearen Approximation einer Kurve durch die Tangente und fördert so das Verständnis für den Umstand, dass die Steigung einer Kurve in einem Punkt als Steigung der zugehörigen Tangente definiert wird.

## Bezug zu den Bildungsstandards

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Potential des Digitalen Mathematikwerkzeugs (DMW) anhand dieser Aufgabe (frei nach KMK-Bildungsstandards):** | | |
| * Entdecken mathematischer Zusammenhänge |  |  |
| * Verständnisförderung mathematischer Zusammenhänge | X |  |
| * Reduktion schematischer Abläufe |  |  |
| * Verarbeitung größerer Datenmengen |  |  |
| * individuelle Zugänge zu Aufgaben |  |  |
| * individuelle Kontrollmöglichkeiten |  |  |

## Vorwissen bzgl. digitalem Hilfsmittel

* Eingeben von Befehlen (z.B. Funktionsgleichungen) über die Eingabezeile und „Zoomen“
* Abrufen von Befehlen (z.B. des Tangentenbefehls) über die graphische Bedienoberfläche

## Weitere Anmerkungen

Die vorgestellte Sequenz ist lediglich als Bestandteil einer Unterrichtsdurchführung zu verstehen. Die genaue Einbettung in einen Unterrichtsgang muss didaktisch sinnvoll vom jeweiligen Fachlehrer erfolgen. Daher liegt auch kein Unterrichtsverlaufsplan vor.   
Die Bearbeitung könnte methodisch z.B. im Ich-Du-Wir-Prinzip erfolgen. Der Arbeitsauftrag enthält eine Zusatzaufgabe, welche in diesem Falle für die Ich- bzw. Du-Phase eine Differenzierungsmöglichkeit nach Lerntempo bietet.

## Weiterführendes Material

Grundvorstellungen zur Differenzial- und Integralrechnung (J. Roth), abgerufen am 10.01.2018:

<http://www.dms.uni-landau.de/roth/vortraege/Roth_Grundvorstellungen_zur_Differnzial_und_Integralrechnung_01.pdf>